Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Technik der Informationsverarbeitung

Institutsleitung
Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. J. Becker
Prof. Dr.-Ing. E. Sax
Prof. Dr. rer. nat. W. Stork

Übung 7

Dipl.-Inform. Leonard Masing
Dr.-Ing. Oliver Sander

Institut für Technik der Informationsverarbeitung (ITIV)

Hardware/Software Co-Design

Agenda

- Wiederholung ausgewählter Themen
  - Kostenfunktion
  - Partitionierungsalgorithmen
  - Kernighan-Lin
- Gruppenarbeit
- Vorstellung der Lösung
- Prüfungstipps

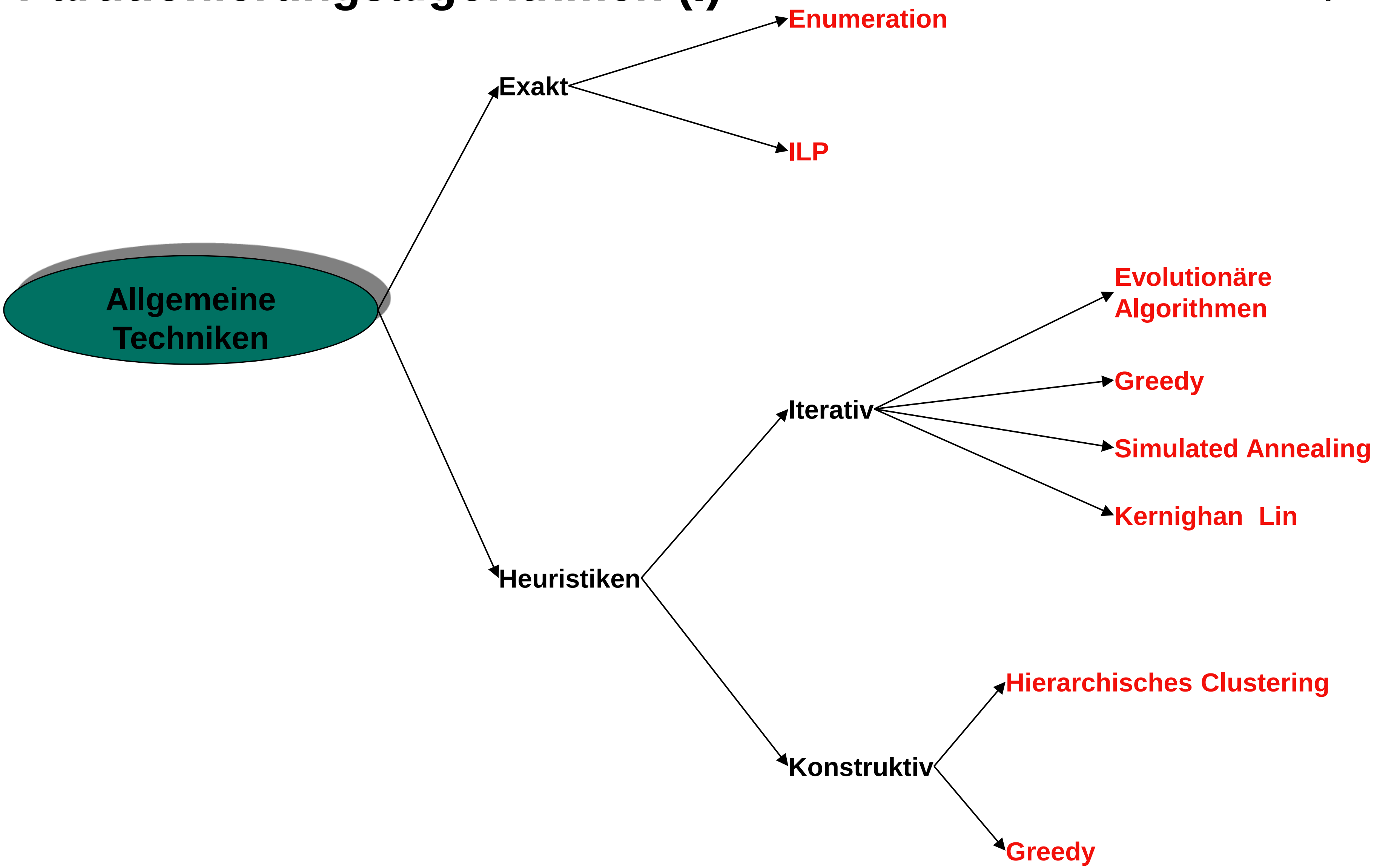
4.1 Kostenfunktionen zur Hardware/Software-Partitionierung

- **Beispiel für eine Kostenfunktion:**

$$f(C,L,P) = k_1 \cdot h_c(C,\overline{C}) + k_2 \cdot h_L(L,\overline{L}) + k_3 \cdot h_P(P,\overline{P})$$

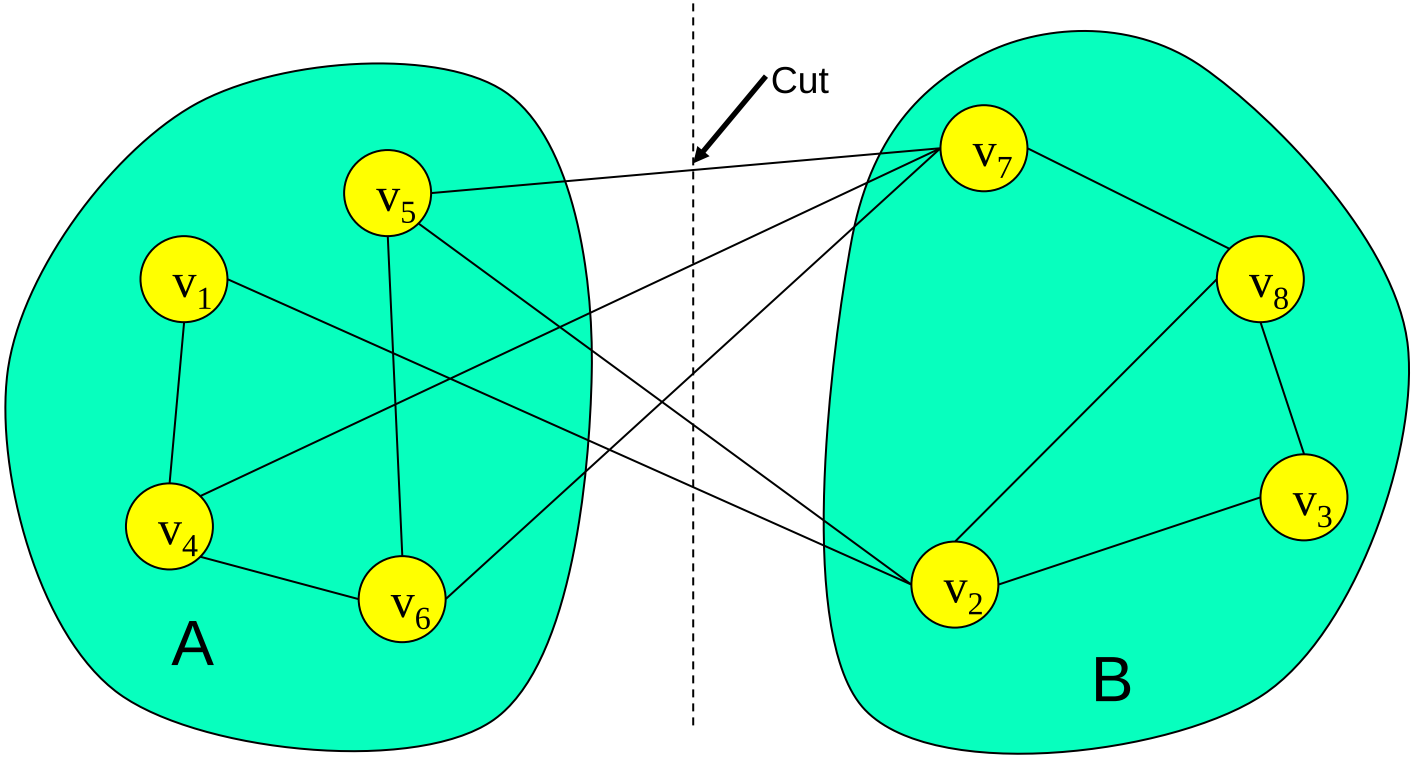
- *$C \cong$ Systemkosten in [Euro]*
- *$L \cong$ Ausführungszeit in [sec] (Latency)*
- *$P \cong$ Leistungsaufnahme in [W]*
- *h_C, h_L, h_P, geben an, wie stark C, L, P die Entwurfsbedingungen (Constraints C, L, P überstrichen) verletzen.*
- *k_1, k_2, $k_3 \cong$ Gewichtung und Normierung*

4.2 Klassifikation von Partitionierungsalgorithmen (I)



4.4.1 Kernighan Lin (KL) Algorithmus (I)

- Anwendung des KL-Algorithmus bei Bipartitionen:
  - Es werden Objekte/Knoten aus den beiden Partitionen paarweise (virtuell) vertauscht und die Vertauschung (reell) für das Paar mit dem größten Kostengewinn durchgeführt. (Min-Cut-Algorithmus)



4.4.1 Kernighan Lin Algorithmus (II)

- **Ziel:** geeignete Vertauschung von Knotenpaaren, so daß die Anzahl der Schnitte zwischen den beiden Partitionen A, B minimal wird.
- Der Algorithmus akzeptiert während der Iterationen vorübergehend auch Kostenverschlechterungen, wodurch die Überwindung lokaler Minima der Kostenfunktion möglich wird.
- Jeder Kante $e=(v_i, v_j)$ wird ein Kostenfaktor $c(e_{ij})$ zugeordnet.
- **Definition**: Externe Kosten für Knoten $v_i \in A$

$$c_{ext}(v_i) = \sum_{e=(v_i, v_j) \in E,\; v_j \in B} c(e_{ij})$$

- **Definition**: Interne Kosten für Knoten $v_i \in A$

$$c_{\text{int}}(v_i) = \sum_{e=(v_i, v_j) \in E,\; v_i, v_j \in A} c(e_{ij})$$

- **Definition**: Gewinn (gain) für Knoten $v_i \in A$, wenn dieser in die Partition B verschoben wird. Der gain entspricht dabei der Verringerung des Kantenschnitts (= Einsparung).

$$gain(v_i) = c_{ext}(v_i) - c_{\text{int}}(v_i)$$

- Analog für Knoten aus Partition B.

Leonard Masing
Hardware/Software Co-Design

4.4.1 Kernighan Lin Algorithmus (III)

- Ein Verschiebung eines Knotens in die andere Partition bewirkt, daß alle bislang externen Kanten zu internen werden und alle internen Kanten jetzt zur Menge der geschnittenen Kanten gehören.
- Wird nun ein Knotenpaar $\{v_i, v_j\}$, mit $v_i \in A$ und $v_j \in B$ gegenseitig vertauscht, so entsteht als **neuer Gewinn**: $gain(v_i)+ gain(v_j)-2c(e_{ij})$
  Die Kosten $c(e_{ij})$ müssen **zweimal abgezogen werden**, weil v_i und v_j **gleichzeitig vertauscht** werden und damit die Kante c_{ij} zweimal zur internen Kante gemacht wird, obwohl sie trotzdem weiterhin geschnitten bleibt.
- Komplexität $O(n^3)$; n = Anzahl der Knoten.

Leonard Masing
Hardware/Software Co-Design

Arbeitsphase

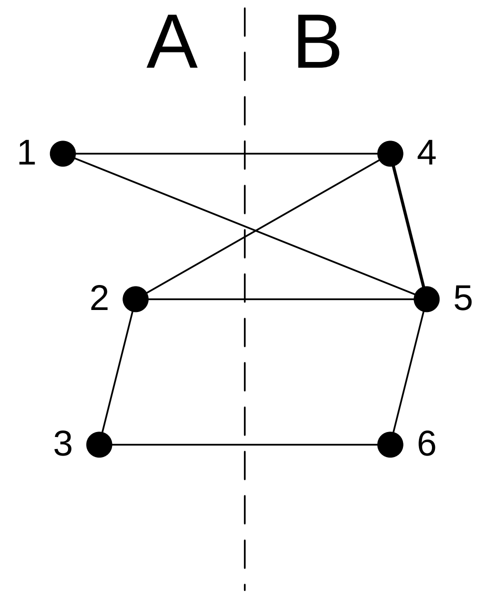
- Aufgabe 4.02: Kernighan Lin
  - Partitionierung mit virtueller und realer paarweiser Vertauschung

- Aufgabe 4.03: Fiduccia-Mattheyses
  - Partitionierung mit Hyperkanten in einem Hypergraphen

Leonard Masing
Hardware/Software Co-Design

Aufgabe 4.02: Kernighan Lin

- Gegeben sei der unten abgebildete ungerichtete Graph G=(V, E) mit 6 Knoten und 8 Kanten. Für die Kanten ist jeweils eine Kostenfunktion definiert, wobei in diesem Fall die Kosen jeder Kante gleich 1 sind. Die erste Partitionierung ist durch die gestrichelte Linie gegeben.



Lösung Aufgabe 4.02: Kernighan Lin

a) Berechnen Sie den anfänglichen Gain sämtlicher Knoten und tragen Sie diesen bei Schritt 1 in der Gain-Tabelle ein.

b) Wie berechnet sich der Gewinn aus dem Vertauschen zweier Knoten i und j?

$$Gewinn = gain(v_i) + gain(v_j) - 2c(e_{i,j})$$

c) Vertauschen Sie sämtliche Knoten virtuell und berechnen Sie den jeweiligen Gewinn in der folgenden Tabelle. Markieren Sie das Knotenpaar, das am Ende wirklich vertauscht wird und tragen Sie das Ergebnis bei Schritt 1 in der Ergebnistabelle ein.

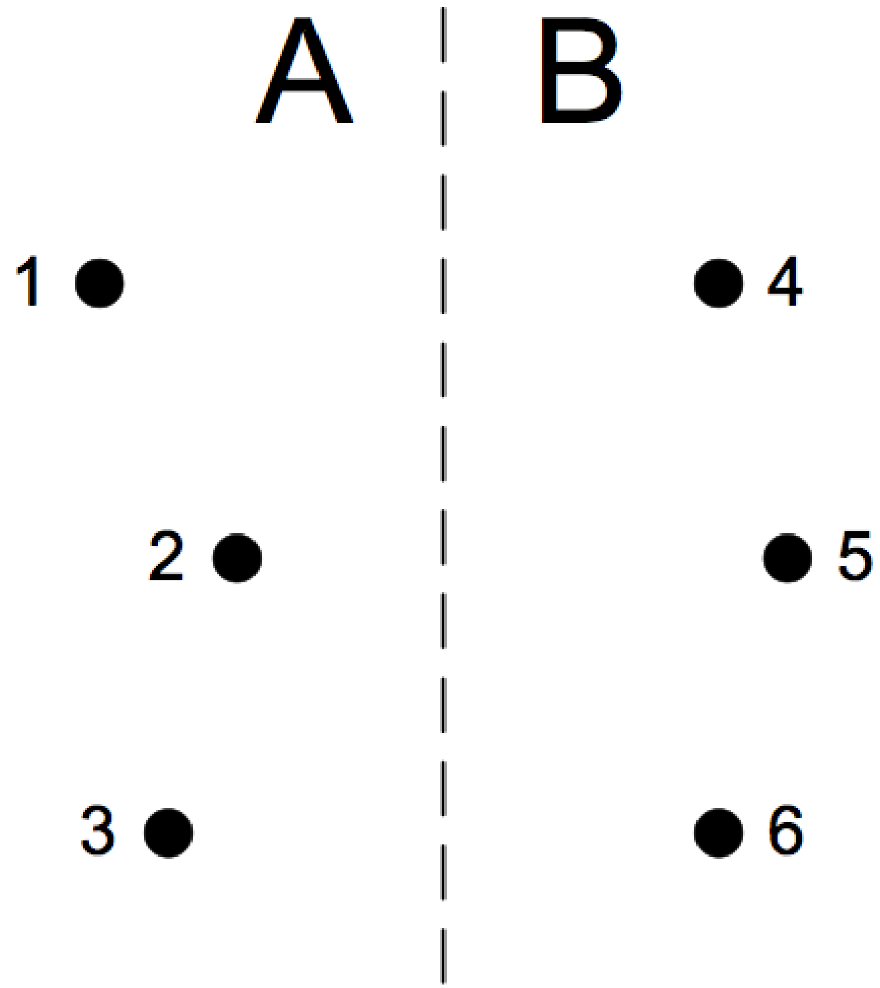
d) Durch das Vertauschen ändert sich der Gain für Schritt 2. Ergänzen Sie dazu den Gain von Schritt 2 in Tabelle 3.1.

e) Für einen kompletten Durchlauf von KL müssen Teilaufgabe c) und d) jeweils für Schritt 2 und 3 wiederholt werden.

f) Welche Vertauschungen werden am Ende eines kompletten Durchlaufes durchgeführt?

- Kernighan Lin
  - Welcher Algorithmen Klasse ist der KL zuzuordnen?
  - Wie ist der Gain bestimmt?
  - Wofür stehen die verschiedenen Schritte?
  - Was ist virtuelles, was reales Vertauschen?
  - Welche(r) Schritt(e) werden real durchgeführt?

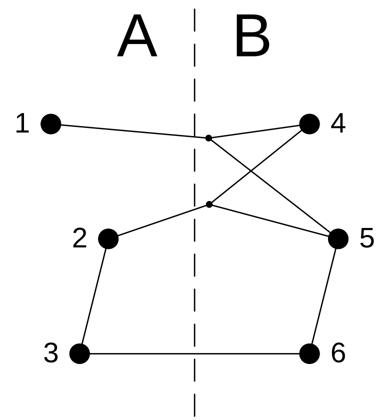
Aufgabe 4.03: Fiduccia-Mattheyses



Lösung Aufgabe 4.03: Fiduccia-Mattheyses

a) Fiduccia-Mattheyses verwendet im Gegensatz zu Kernighan Lin Hyperkanten in einem Hypergraphen. Wandeln Sie den Graphen aus Aufgabe 6.3 in einen Hypergraphen um. Wie groß ist der Cutsize?

- Cutsize = 3



b) Welche Netze werden in diesem Graphen als kritische Netze bezeichnet?

- Ein Netz wird als kritisches Netz bezeichnet, wenn es in einer Partition keine oder nur eine Zelle hat. Somit sind in diesem Fall alle Netze kritisch.

c) Berechnen Sie den Gain g(i) sämtlicher Zellen.

d) Welche Lösungen findet FM, die KL nicht findet?

- FM findet auch unbalancierte Partitionen, die KL durch sein paarweises Vertauschen nicht findet.

Leonard Masing
Hardware/Software Co-Design

- Fiduccia-Mattheyses
  - Was ist der Unterschied zu KL?
  - Wie ist der Gain definiert?
  - Was ist der Ratio-Cut?
  - Wie geht der Algorithmus vor?
  - Welche Komplexität hat der Algorithmus?